Подготовительная программа по программированию на C/C++

Занятие №2

Валентина Глазкова

Реализация структур данных на языке С

- Многомерные массивы
- Динамические структуры данных
  - Списки
  - Стеки
  - Очереди
  - Деревья

Многомерные массивы

- Двумерный массив — объект данных `T a[N][M]`, который:
  - содержит `N` последовательно расположенных в памяти строк по `M` элементов типа `T` в каждой;
  - в общем и целом инициализируется аналогично одномерным массивам;
  - по характеристикам выравнивания идентичен объекту `T a[N * M]`, что сводит его двумерный характер к удобному умозрительному приему, упрощающему обсуждение и визуализацию порядка размещения данных.
- Массивы размерности больше двух считаются многомерными, при этом (N + 1)-мерные массивы индуктивно определяются как линеаризованные массивы N-мерных массивов, для которых справедливо все сказанное об одно- и двумерных массивах.

Многомерные массивы: пример


```
// определение двумерных массивов
int a[2][3] = { {0, 1}, // частичная инициализация строки
                {2, 3, 4}}; // полная инициализация строки
int b[2][3] = {0, 1, 2, 3, 4};

// результаты:
// a: {0, 1, 0, 2, 3, 4}; b: {0, 1, 2, 3, 4, 0}

// определение массивов размерности больше 2
double d[3][5][10];
int32_t k[5][4][3][2];
```

Двумерные массивы и векторы векторов

- **Двумерный массив** следует отличать от **вектора векторов**, работа с которым:
  - предполагает двухступенчатую процедуру создания и удаления;
  - гарантирует смежность хранения данных только в пределах одной строки (аналогичная гарантия предоставляется и в отношении указателей на строки);
  - ведёт к большей фрагментации памяти, но повышает вероятность успешного выделения в памяти непрерывных фрагментов (требование памяти объёма $\sim N^2$ заменяется требованием памяти объёма $\sim N$).
- Многомерные массивы и векторы векторов (векторов...) являются различными структурами данных с разной дисциплиной использования.

Двумерные массивы и векторы векторов: пример


```
// создание вектора векторов
int **v = (int**)malloc(N * sizeof(int*));
for(int i = 0; i < N; i++)
    // NB: в каждой строке значение M может быть разным
    v[i] = (int*)malloc(M * sizeof(int));

// ...

// удаление вектора векторов
for(int i = 0; i < N; i++)
    free(v[i]);
free(v);
```

Многомерные массивы и указатели

- Для многомерных массивов справедлив ряд тождеств, отражающих эквивалентность соответствующих выражений языка C. Так, для двумерного массива `T a[N][M]` справедливо:
  - `a == &a[0]; a + i == &a[i];`
  - `*a = a[0] == &a[0][0];`
  - `**a == *&a[0][0] == a[0][0];`
  - `a[i][j] == *(*(a + i) + j).`
- Использование операции разыменования * не имеет каких-либо преимуществ перед доступом по индексу, и наоборот. Трансляция и первой, и второй формы записи в объектный код приводит в целом к одинаковым результатам.

Многомерные массивы и указатели: пример


```
// указатели на массивы и массивы указателей
int k[3][5];
int (*pk)[5];     // указатель на массив int[5]
int *p[5];        // массив указателей (int*)[5]

// примеры использования (все — допустимы)
pk      = k;      // аналогично: pk = &k[0];
pk[0][0] = 1;     // аналогично: k[0][0] = 1;
*pk[0]   = 2; // аналогично: k[0][0] = 2;
**pk     = 3; // аналогично: k[0][0] = 3;
```

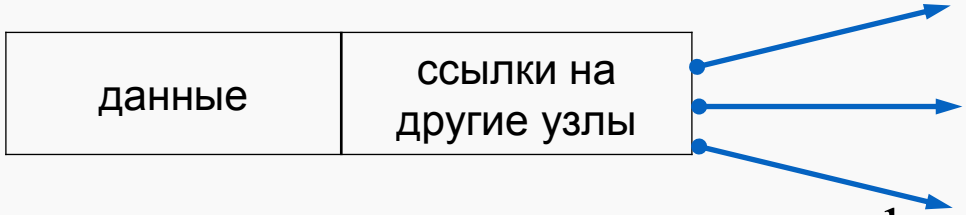
Динамические структуры данных

- **Динамические данные**
  - Размер заранее неизвестен, определяется во время работы программы
  - Память выделяется во время работы программы (для выделения памяти используются функции malloc, calloc, realloc; для освобождения – free)
- **Структура данных** – программная единица, позволяющая хранить и обрабатывать множество однотипных и/или логически связанных данных
- Типичные операции
  - Добавление данных
  - Изменение данных
  - Удаление данных
  - Поиск данных

Динамические структуры данных

Реализация: набор узлов, объединенных с помощью ссылок

Структура узла:

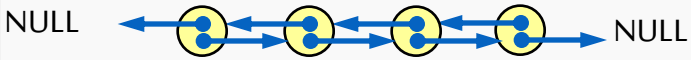


Типы структур:

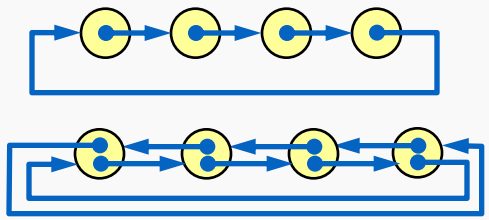
списки

односвязный

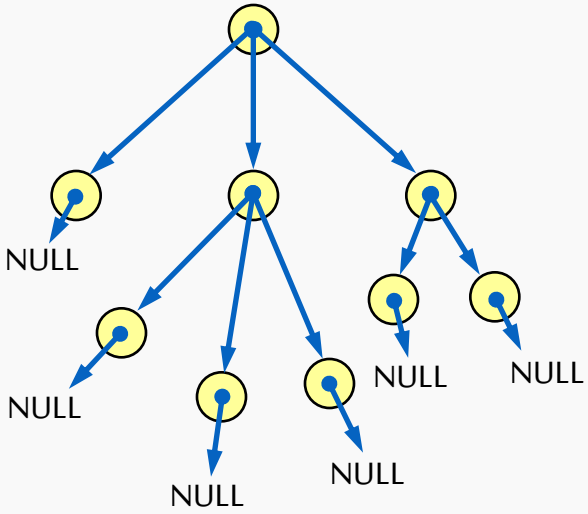
двунаправленный (двусвязный)



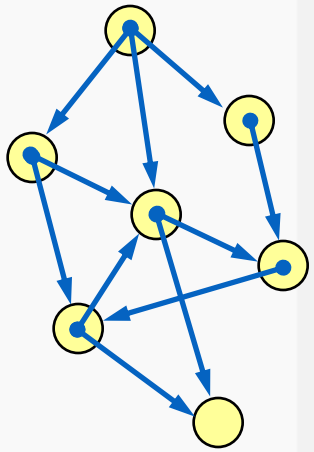
циклические списки (кольца)



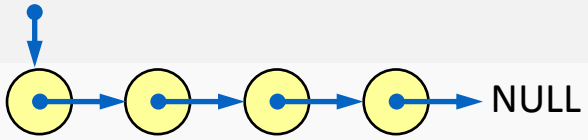
деревья



графы



Односвязный список



Определение

- Динамическая структура данных, состоящая из узлов, каждый из которых содержит данные и ссылку на следующий узел списка

Определение (рекурсивное)

- пустая структура – это список;
- список – это начальный узел (голова) и связанный с ним список.

Отличия от массивов

- Порядок элементов может не совпадать с порядком расположения элементов данных в памяти
- Порядок обхода списка всегда явно задаётся его внутренними связями (в односвязном списке можно передвигаться только в сторону конца списка)

Односвязный список

Основные операции со списками:

- Поиск, вставка, удаление элемента

Структура узла:

```
struct Node {
        char word[20]; // данные
        int count;    // данные
        Node *next;   // ссылка на следующий элемент
 };
typedef Node *PNode;
```

Адрес начала списка (головы списка)

```
PNode Head = NULL;
```

Создание узла списка

Функция CreateNode (*создать узел*):

вход: новое слово, прочитанное из файла;

выход: адрес нового узла, созданного в памяти.

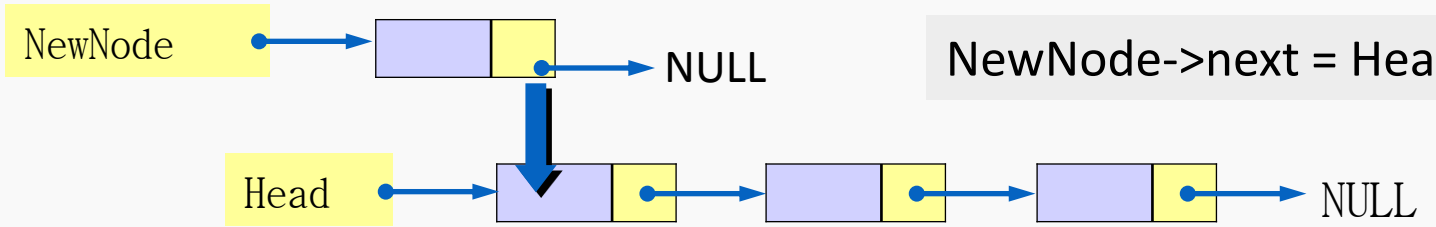
возвращает адрес созданного узла

новое слово

```
PNode CreateNode ( char NewWord[] )
{
        PNode NewNode = (PNode) malloc(sizeof(Node));
        strcpy(NewNode->word, NewWord);
        NewNode->count = 1;
        NewNode->next = NULL;
        return NewNode;
}
```

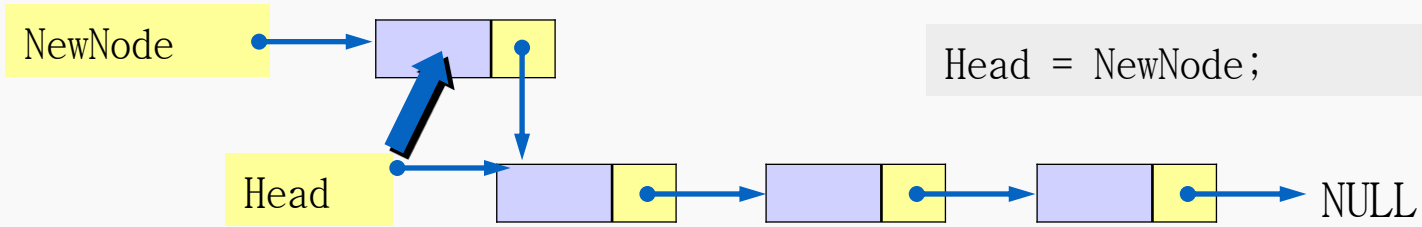
Добавление узла в начало списка

1) Установить ссылку нового узла на голову списка:



NewNode->next = Head;

2) Установить новый узел как голову списка:



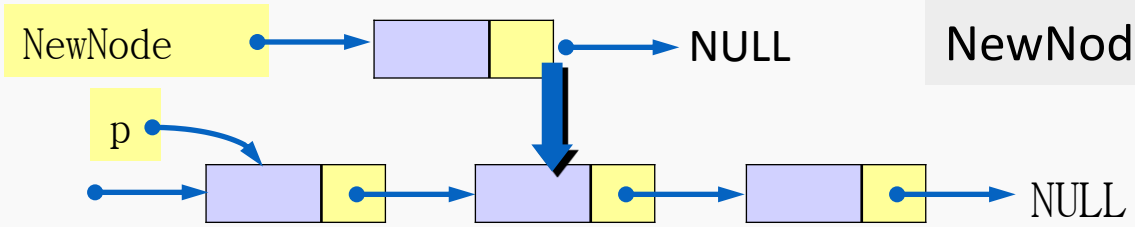
Head = NewNode;

адрес головы меняется

```
void AddFirst (Pnode *Head, PNode NewNode)
{
        NewNode->next = Head;
        Head = &NewNode;
}
```

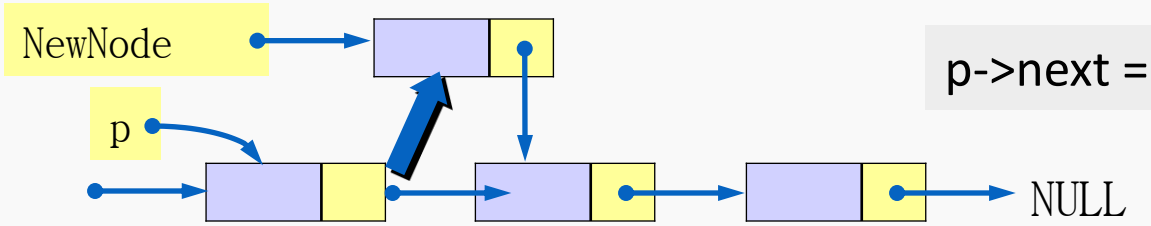
Добавление узла после заданного

1) Установить ссылку нового узла на узел, следующий за p:




```
NewNode->next = p->next;
```

2) Установить ссылку узла p на новый узел:



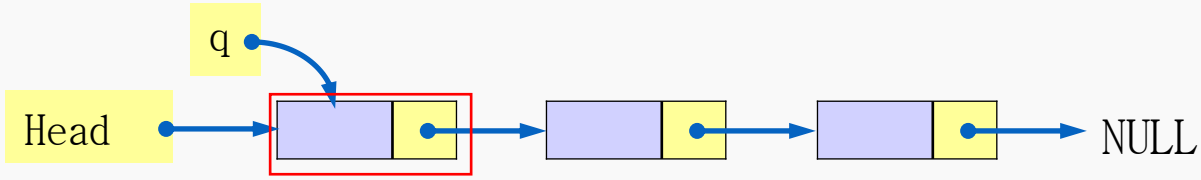

```
p->next = NewNode;
```

```
void AddAfter (PNode p, PNode NewNode)
{
        NewNode->next = p->next;
        p->next = NewNode;
}
```

Проход по списку

Задача:

выполнить некоторую операцию с каждым элементом списка.



Алгоритм:

1) установить вспомогательный указатель q на голову списка;
2) если указатель q равен NULL (дошли до конца списка), то стоп;
3) выполнить действие над узлом с адресом q;
4) перейти к следующему узлу, q->next.

```
PNode q = Head;      // начали с головы
while ( q != NULL ) { // пока не дошли до конца
        ...                    // делаем что-то с q
        q = q->next;           // переходим к следующему узлу
}
```

Добавление узла в конец списка

Задача: добавить новый узел в конец списка.

Алгоритм:

1) найти последний узел q, такой что q->next равен NULL;
2) добавить узел после узла с адресом q (процедура AddAfter).

Особый случай: добавление в пустой список.

```
void AddLast ( PNode *Head, PNode NewNode )
{
        PNode q = *Head;
        if ( Head == NULL ) {
            AddFirst( Head, NewNode );
             return;
          }
        while ( q->next ) q = q->next;
        AddAfter ( q, NewNode );
}
```

особый случай – добавление в пустой список

ищем последний узел

добавить узел после узла q

Поиск слова в списке

Задача:
найти в списке заданное слово или определить, что его нет.

Функция Find:

- вход: слово (символьная строка);
- выход: адрес узла, содержащего это слово или NULL.

Алгоритм: проход по списку.

результат – адрес узла

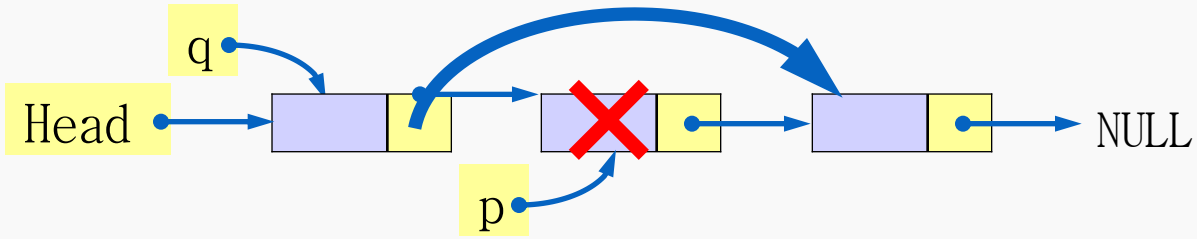
ищем это слово

```
PNode Find ( PNode Head, char NewWord[] )
{
        PNode q = Head;
        while (q && strcmp(q->word, NewWord))
            q = q->next;
        return q;
}
```

пока не дошли до конца списка и слово не равно заданному

Удаление узла списка

Проблема: нужно знать адрес узла перед удаляемым



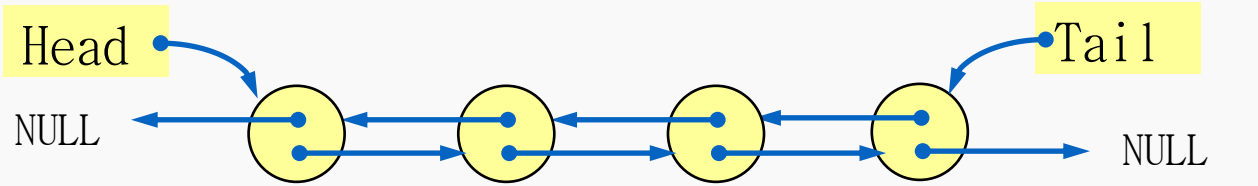

```
void DeleteNode ( PNode *Head, PNode p )
{
        PNode q  = *Head;
        if ( *Head == p )
            Head = &(p->next);
        else {
          while ( q  &&  q->next != p )
              q = q->next;
          if ( q == NULL ) return;
          q->next = p->next;
         }
        free(p);
}
```

особый случай: удаляем первый узел

ищем предыдущий узел, такой что q->next == p

освобождение памяти

Двусвязные списки



Структура узла:


```
struct Node {
        char word[40];  // слово
        int  count;     // счетчик повторений
        Node *next;     // ссылка на следующий элемент
        Node *prev;     // ссылка на предыдущий элемент
};
```

Указатель на эту структуру:

```
typedef Node *PNode;
```

Адреса «головы» и «хвоста»:

```
PNode Head = NULL;
PNode Tail = NULL;
```

можно двигаться в обе стороны

нужно работать с двумя указателями вместо одного

Стек

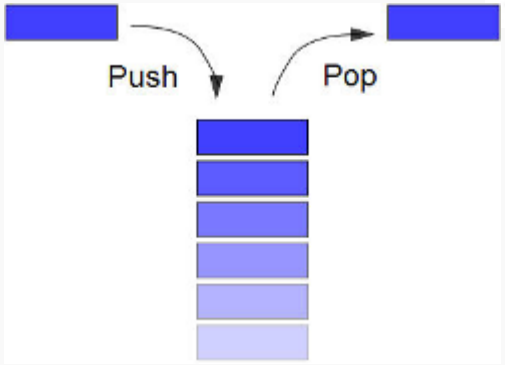
Стек – это линейная структура данных, в которой добавление и удаление элементов возможно только с одного конца (вершины стека).

LIFO = *Last In – First Out*

- «Кто последним вошел, тот первым вышел».

Операции со стеком:

1) добавить элемент на вершину (*Push* = втолкнуть);
2) снять элемент с вершины (*Pop* = вытолкнуть).



Стек: пример (1/2)

Задача: вводится символьная строка, в которой записано выражение со скобками трех типов: `[ ]`, `{ }` и `( )`. Определить, верно ли расставлены скобки (не обращая внимания на остальные символы). Примеры:

```
[ ( ) ] { }      ] [      [ ( { ) ] }
```

Задача: то же самое, но с одним видом скобок.

- Решение: счетчик вложенности скобок. Последовательность правильная, если в конце счетчик равен нулю и при проходе не разу не становился отрицательным.

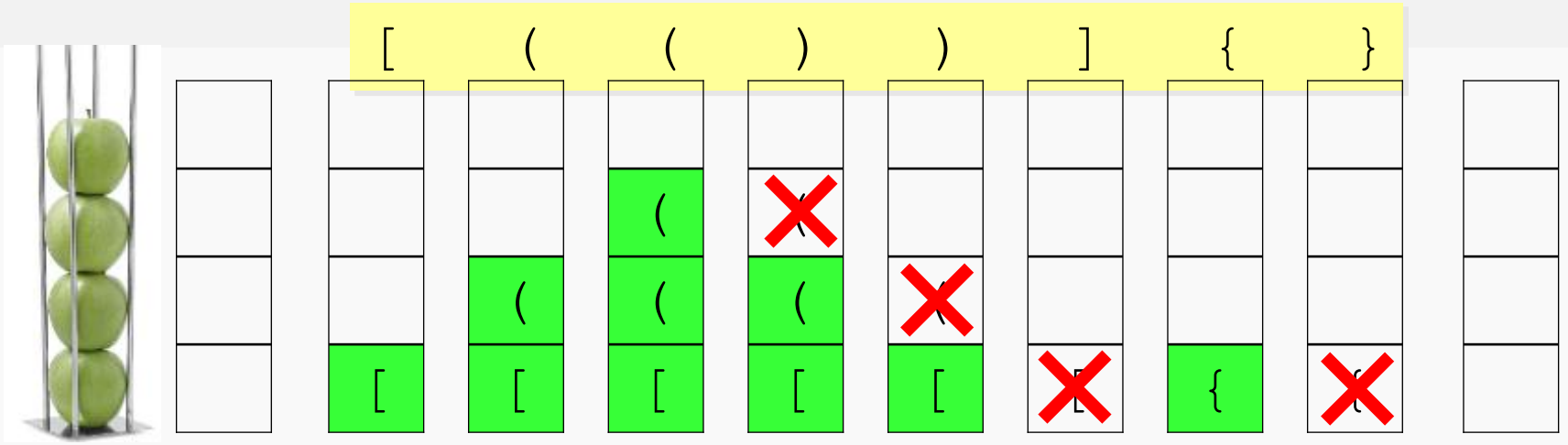
```
( ( ) ) ( )
1 2 1 0 1 0

( ( ) ) ) (
1 2 1 0 -1 0

( ( ) ) (
1 2 1 0 1
```

```
[ ( { ) ] }
(: 0   1   0
[: 0 1     0
{: 0     1   0
```

Стек: пример (2/2)



Алгоритм:

1) в начале стек пуст;
2) в цикле просматриваем все символы строки по порядку;
3) если очередной символ – открывающая скобка, заносим ее на вершину стека;
4) если символ – закрывающая скобка, проверяем вершину стека: там должна быть соответствующая открывающая скобка (если это не так, то ошибка);
5) если в конце стек не пуст, выражение неправильное.

Реализация стека (список)

Структура узла:

```
struct Node {
    char data;
    Node *next;
};
typedef Node *PNode;
```

Добавление элемента:

```
void Push (PNode *Head, char x)
{
        PNode NewNode = (PNode) malloc(sizeof(Node));;
        NewNode->data = x;
        NewNode->next = *Head;
        Head = &NewNode;
}
```

Реализация стека (список)

Извлечение элемента с вершины:

```
char Pop (PNode *Head) {
        char x;
        PNode q = *Head;
        if ( Head == NULL ) return char(255);
        x = (*Head)->data;
        *Head = (*Head)->next;
        free(q);
        return x;
}
```

стек пуст

Стек: пример (1/2)

Вычисление арифметических выражений

`(a + b) / (c + d - 1)` Инфиксная запись
(знак операции между операндами)

необходимы скобки

Префиксная запись (знак операции до операндов)

`/ a + b c + d - 1` польская нотация

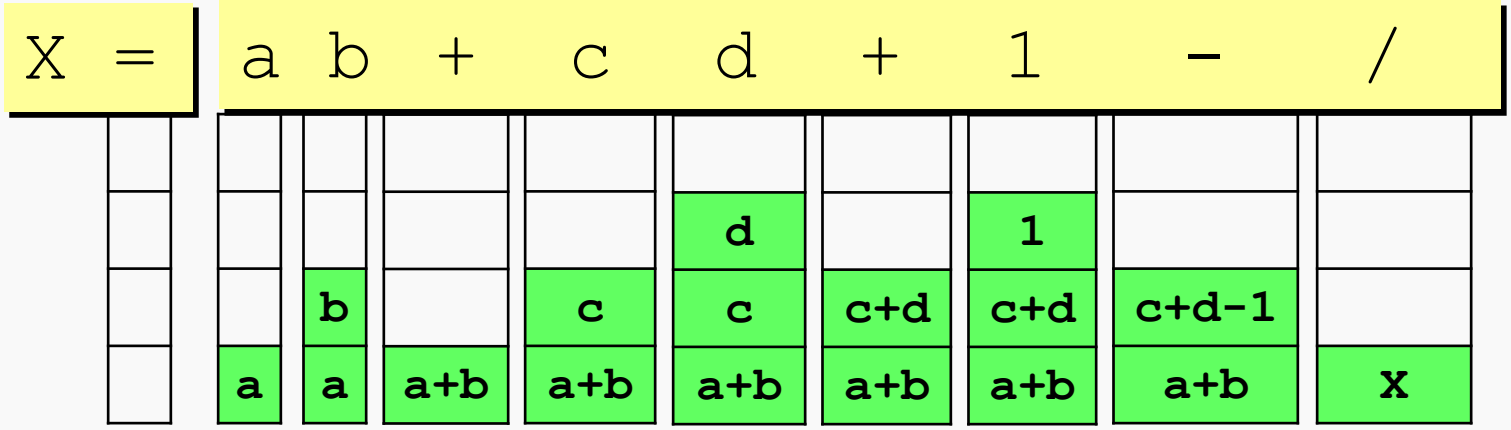
скобки не нужны, можно однозначно вычислить

Постфиксная запись (знак операции после операндов)

`a + b c + d - 1 /` обратная польская нотация

Стек: пример (2/2)

Постфиксная форма



Алгоритм:

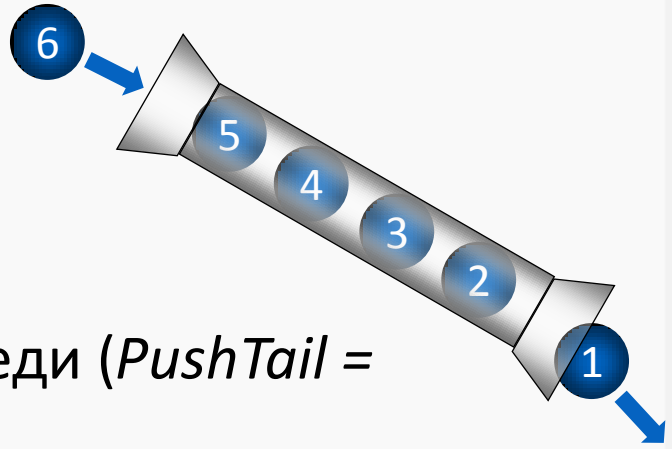
1) взять очередной элемент;
2) если это не знак операции, добавить его в стек;
3) если это знак операции, то
   - взять из стека два операнда;
   - выполнить операцию и записать результат в стек;
4) перейти к шагу 1.

Очередь

Очередь – это линейная структура данных, в которой добавление элементов возможно только с одного конца (конца очереди), а удаление элементов – только с другого конца (начала очереди).

FIFO = *First In – First Out*

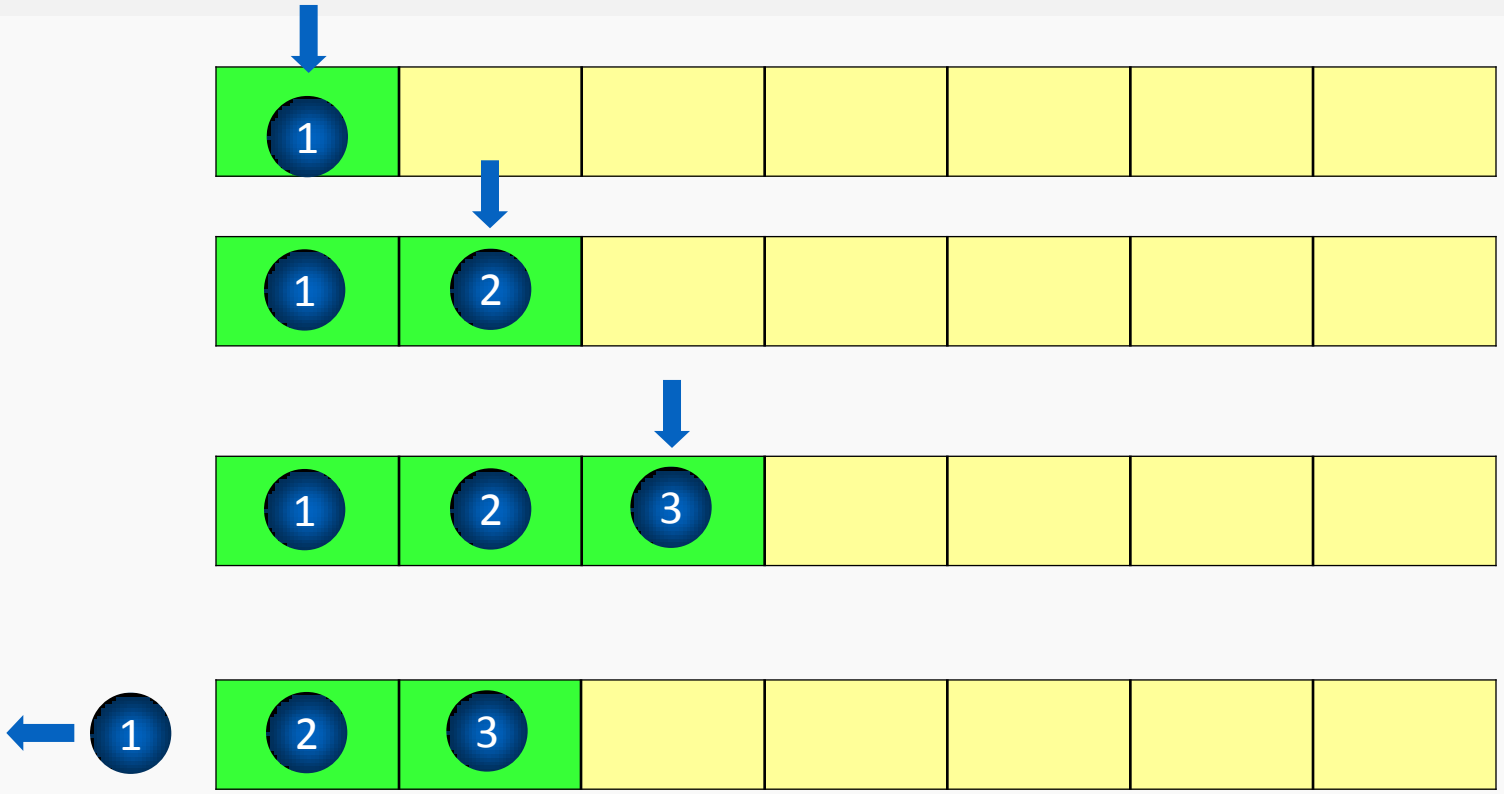
- «Кто первым вошел,
- тот первым вышел».



Операции с очередью:

1) добавить элемент в конец очереди (*PushTail* = втолкнуть в конец)*;*
2) удалить элемент с начала очереди *(Pop).*

Реализация очереди (массив)



самый простой способ

1) нужно заранее выделить массив;
2) при выборке из очереди нужно сдвигать все элементы.

Реализация очереди (списки)

Структура узла:

```
struct Node {
    int  data;
    Node *next;
};
typedef Node *PNode;
```

Тип данных «очередь»:

```
struct Queue {
    PNode Head, Tail;
};
```

Реализация очереди (списки)

Добавление элемента:

```
void PushTail ( Queue *Q, int x )
{
        PNode NewNode;
        NewNode = (PNode)malloc(sizeof(Node));
        NewNode->data = x;
        NewNode->next = NULL;
        if ( (*Q).Tail )
            (*Q).Tail->next = NewNode;
        (*Q).Tail = NewNode;
        if ( (*Q).Head == NULL )
            (*Q).Head = (*Q).Tail;
}
```

создаем новый узел

если в списке уже что-то было, добавляем в конец

если в списке ничего не было, ...

Реализация очереди (списки)

Выборка элемента:

```
int Pop ( Queue *Q )
{
        PNode top = (*Q).Head;
        int x;
        if ( top == NULL )
          return 32767;
        x = top->data;
        (*Q).Head = top->next;
        if ( (*Q).Head == NULL )
            (*Q).Tail = NULL;
        free(top);
        return x;
}
```

если список пуст, ...

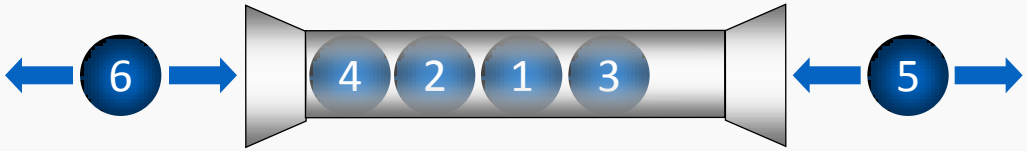
запомнили первый элемент

если в списке ничего не осталось

освободить память

Очередь с двумя концами (дек)

Дек (*deque = double ended queue*) – это линейная структура данных, в которой добавление и удаление элементов возможно с обоих концов.



Операции с деком:

1) добавление элемента в начало *(Push)*;
2) удаление элемента с начала *(Pop)*;
3) добавление элемента в конец *(PushTail)*;
4) удаление элемента с конца *(PopTail)*.

Реализация:

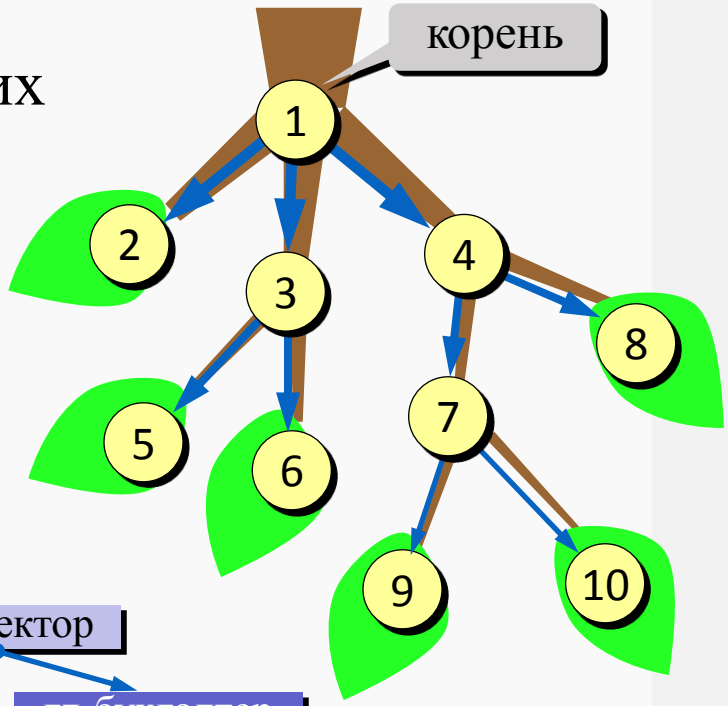
1) кольцевой массив;
2) двусвязный список.

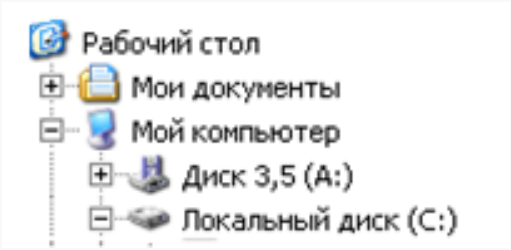
Деревья

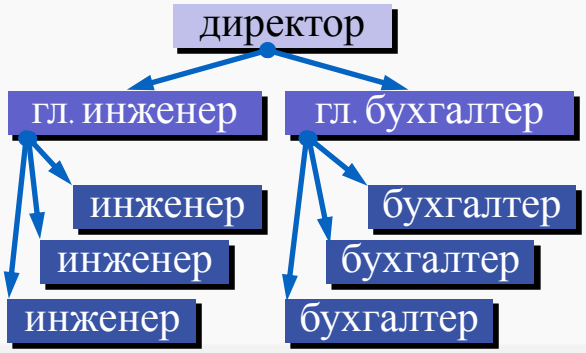
Дерево – это структура данных, состоящая из узлов и соединяющих их направленных ребер (дуг), причем в каждый узел (кроме корневого) ведет ровно одна дуга.

Корень – это начальный узел дерева.

Лист – это узел, из которого не выходит ни одной дуги.

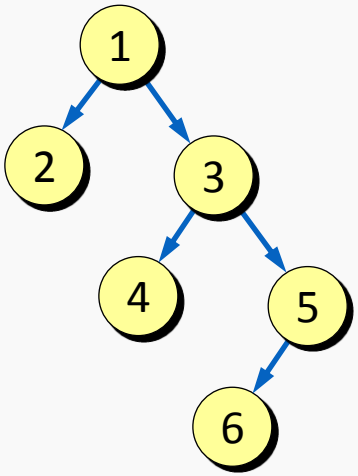






Деревья

С помощью деревьев изображаются отношения подчиненности (иерархия, «старший – младший», «родитель – ребенок»).



Предок узла x – это узел, из которого существует путь по стрелкам в узел x.

Потомок узла x – это узел, в который существует путь по стрелкам из узла x.

Родитель узла x – это узел, из которого существует дуга непосредственно в узел x.

Сын узла x – это узел, в который существует дуга непосредственно из узла x.

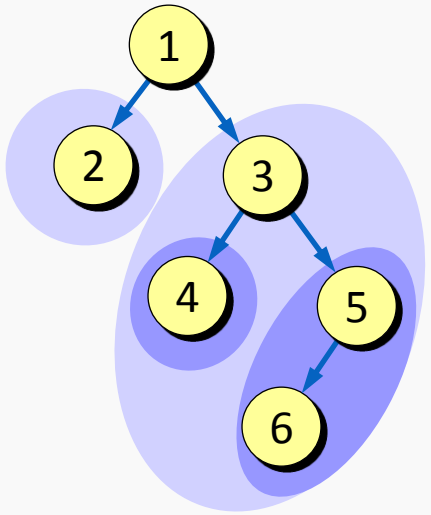
Брат узла x – это узел, у которого тот же родитель, что и у узла x.

Высота дерева – это наибольшее расстояние от корня до листа (количество дуг).

Дерево – рекурсивная структура данных

Рекурсивное определение:

1. Пустая структура – это дерево.
2. Дерево – это корень и несколько связанных с ним деревьев.



Двоичное (бинарное) дерево – это дерево, в котором каждый узел имеет не более двух сыновей.

1. Пустая структура – это двоичное дерево.
2. Двоичное дерево – это корень и два связанных с ним двоичных дерева (левое и правое поддеревья).

Двоичные деревья

Применение:

1) поиск данных в специально построенных деревьях (базы данных);
2) сортировка данных;
3) вычисление арифметических выражений

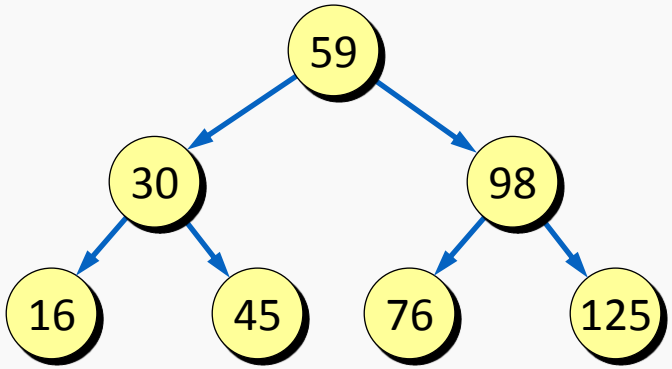
Структура узла:

```
struct Node {
        int  data;                  // данные
        Node *left, *right;         // ссылки на левого и правого сыновей
 };

typedef Node *PNode;
```

Двоичные деревья поиска

Ключ – это характеристика узла, по которой выполняется поиск (чаще всего – одно из полей структуры).



Слева от каждого узла находятся узлы с меньшими ключами, а справа – с бóльшими.

Как искать ключ, равный *x*:

1) если дерево пустое, ключ не найден;
2) если ключ узла равен *x*, то стоп.
3) если ключ узла меньше *x*, то искать *x* в левом поддереве;
4) если ключ узла больше *x*, то искать *x* в правом поддереве.

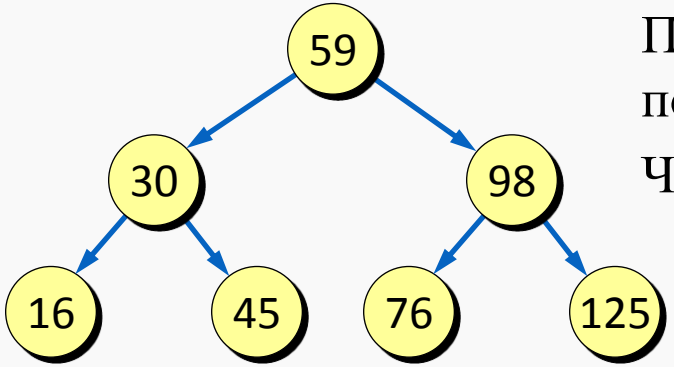
Двоичные деревья поиска

Поиск в массиве (N элементов):

При каждом сравнении отбрасывается 1 элемент.

Число сравнений – N.

Поиск по дереву (N элементов):



При каждом сравнении отбрасывается половина оставшихся элементов.

Число сравнений ~ $\log_2 N$.

быстрый поиск

нужно заранее построить дерево

Реализация алгоритма поиска

```
// Функция Search – поиск по дереву
// Вход: Tree - адрес корня,
//        x  - искомый ключ
// Выход: адрес узла или NULL (не нашли)
PNode Search (PNode Tree, int x)
{
    if ( ! Tree ) return NULL;
    if ( x == Tree->data )
        return Tree;
    if ( x < Tree->data )
        return Search(Tree->left, x);
    else
        return Search(Tree->right, x);
}
```

дерево пустое: ключ не нашли

нашли, возвращаем адрес корня

искать в левом поддереве

искать в правом поддереве

Построение дерева поиска

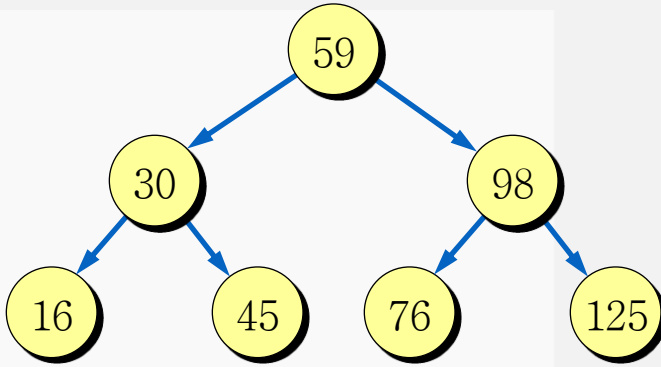
```
// Функция AddToTree – добавить элемент к дереву
// Вход: Tree - адрес корня,
//       x  - что добавляем
void AddToTree (PNode Tree, int x)
{
      if ( ! Tree ) {
        Tree = (PNode) malloc(sizeof(Node));
        Tree->data = x;
        Tree->left = NULL;
        Tree->right = NULL;
        return;
      }
      if ( x < Tree->data )
          AddToTree ( Tree->left, x );
      else AddToTree ( Tree->right, x );
}
```

дерево пустое: создаем новый узел (корень)

добавляем к левому или правому поддереву

Обход дерева

Обход дерева – просмотр всех узлов дерева в определенном порядке.



Обход «левый–корень–правый»

16 30 45 59 76 98 125

Обход «правый – корень – левый»

125 98 76 59 45 30 16

Обход «корень – левый – правый»

59 30 16 45 98 76 125

Обход «левый – правый – корень»

16 45 30 76 125 98 59

Обход дерева – реализация

```
// Функция LRR – обход дерева в порядке
//              “левый – корень – правый”
// Вход: Tree - адрес корня
void LRR( PNode Tree )
{
    if ( ! Tree ) return;
    LRR ( Tree->left );
    printf ( "%d ", Tree->data );
    LRR ( Tree->right );
}
```

обход этой ветки закончен

обход левого поддерева

вывод данных корня

обход правого поддерева

Для рекурсивной структуры удобно применять рекурсивную обработку

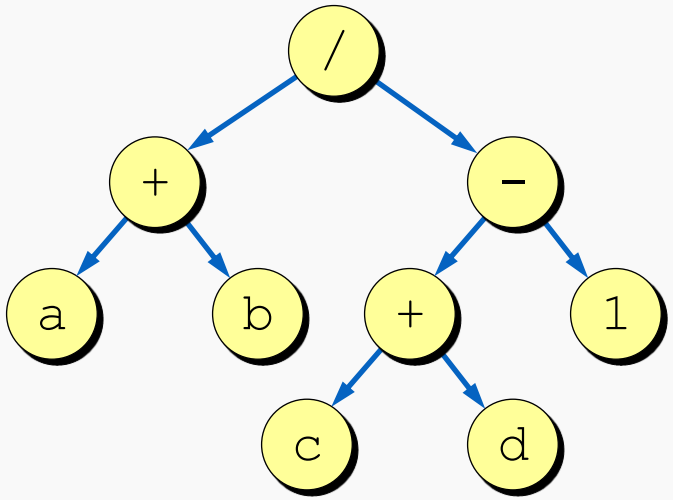
Вычисление арифметических выражений

Задача: в символьной строке записано правильное арифметическое выражение, которое может содержать только однозначные числа и знаки операций + – * \. Вычислить это выражение.

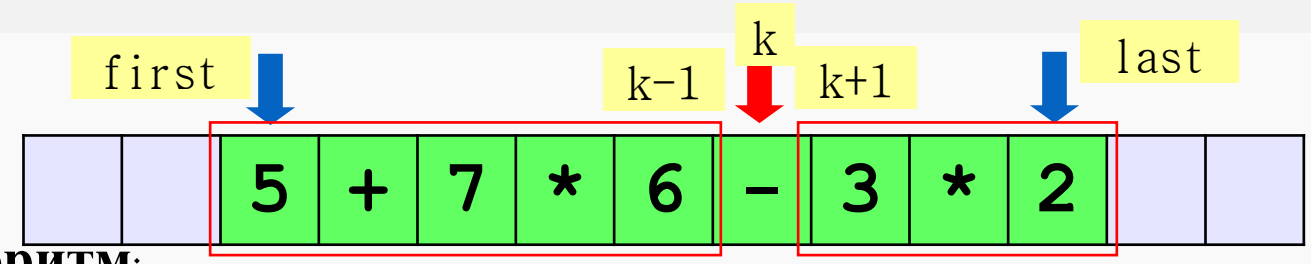
Алгоритм:

1) ввести строку;
2) построить дерево;
3) вычислить выражение по дереву.

```
(a + b) / (c + d - 1)
```



Построение дерева



Алгоритм:

1) если first=last (остался один символ – число), то создать новый узел и записать в него этот элемент; иначе...
2) среди элементов от first до last включительно найти последнюю операцию с наименьшим приоритетом (элемент с номером k);
3) создать новый узел (корень) и записать в него знак операции;
4) рекурсивно применить этот алгоритм два раза:
   - построить левое поддерево, разобрав выражение из элементов массива с номерами от first до k-1;
   - построить правое поддерево, разобрав выражение из элементов массива с номерами от k+1 до last.

Валентина Глазкова

Спасибо за внимание!